

Θεωρία σφαλμάτων

- Βέβαια και αβέβαια ψηφία
- Σημαντικά ψηφία
- Σφάλματα
- Κανόνες σωστής γραφής των πειραματικών δεδομένων

Γιατί αποτυγχάνουν τα πειράματα;

- Στη μέτρηση της μέτρησης της πυκνότητας της πλαστελίνης το πηλίκο $d=m/V$ θα πρέπει να προκύπτει πάντα το ίδιο, αφού η πυκνότητα είναι μία χαρακτηριστική ιδιότητα ενός ομογενούς σώματος.
- Κάνοντας όμως το πείραμα, διαπιστώνουμε ότι το πηλίκο που υπολογίζουμε από τη διαίρεση μάζας προς τον όγκο είναι κάθε φορά διαφορετικό.
- **Απέτυχε το πείραμα;**

Μερικά πειραματικά δεδομένα

A/A	Μάζα σε g	Όγκος σε mL	Πυκνότητα σε g/mL
1	21,3	10,0	2,13
2	29,1	14,0	2,07857
3	38,4	18,0	2,133333
4	57,9	28,0	2,06785

Ένας λόγος που αποφεύγουμε τα πειράματα

- Γιατί η πυκνότητα δεν βγαίνει πάντα η ίδια;
- Γιατί δεν μπορούμε να επαληθεύσουμε το νόμο του $\Omega\mu$ σ' έναν αντιστάτη;
- Γιατί δεν μπορούμε να βρούμε σταθερή την επιτάχυνση σε μία ελεύθερη πτώση;

Γι αυτό το λόγο παρατάμε τα πειράματα και επιστρέφουμε στον πίνακα είτε κιμωλίας είτε με μαρκαδόρο. Σ' αυτόν δεν υπάρχει πιθανότητα αποτυχίας.

Το τελευταίο ψηφίο. Το αβέβαιο ψηφίο

- Έστω ότι ο δείκτης ενός αναλογικού βολτομέτρου είναι ανάμεσα στο 3,6V και 3,7V. Τότε το αποτέλεσμα το γράφουμε ως 3,65V. Για τα ψηφία 3 και 6 είμαστε βέβαιοι. Το ψηφίο 5 είναι αβέβαιο.
- Σε μία μέτρηση εκτός από αυτό που διαβάζουμε στο όργανο, προσθέτουμε και ένα ακόμη ψηφίο κατ, εκτίμηση που το ονομάζουμε αβέβαιο.

Το αβέβαιο ψηφίο

- **Στα αναλογικά όργανα:**

Βάζουμε ως αβέβαιο ψηφίο το μισό της κλίμακας.

Στη μέτρηση μήκους με χάρακα κλίμακας 1mm δεν προσθέτουμε το 0,5 αφού έχουμε αβεβαιότητα της τοποθεσίας του χάρακα τόσο στην αρχή όσο και στο τέλος. Έτσι το αβέβαιο ψηφίο είναι το τελευταίο. Το ίδιο συμβαίνει και στους ογκομετρικούς σωλήνες επειδή υπάρχει πολύ μικρή διακριτική ικανότητα. Έτσι αν διαβάζουμε 54mL το αβέβαιο ψηφίο είναι το 4

- **Στα ψηφιακά όργανα:**

Είναι το τελευταίο από αυτά που διαβάζουμε γιατί δεν ξέρουμε τον τρόπο με τον οποίο κάνει προσέγγιση το όργανο. Έτσι αν διαβάσουμε ρεύμα 32,4mA το αβέβαιο ψηφίο είναι το 4

Τα μηδενικά στο τέλος μίας μέτρησης

- Έστω ότι ζυγίζουμε με μία ζυγαριά ακρίβειας $0,1\text{ g}$ και διαβάζουμε την ένδειξη $2,6\text{ g}$. Σ' αυτή την περίπτωση το αβέβαιο ψηφίο όπως είπαμε, είναι το 6. Αν χρησιμοποιήσουμε όμως μία άλλη ζυγαριά με ακρίβεια $0,01\text{ g}$ το ίδιο σώμα είναι πολύ πιθανό να διαβάσουμε την ένδειξη $2,63\text{ g}$. Τώρα το αβέβαιο ψηφίο είναι το 3
- Έστω ότι βάζουμε ένα σώμα στη δεύτερη ζυγαριά και αυτή δείχνει $4,00\text{ g}$. Θα ήταν λάθος να το γράψουμε 4 g αφού μία τέτοια γραφή δεν θα δηλωνόταν η ακρίβεια της μέτρησης (δεν θα φανέρωνε ποια από τις δύο ζυγαριές χρησιμοποιήσαμε).

Άρα για να διατηρήσουμε τον κανόνα που λέει ότι το τελευταίο ψηφίο που αναγράφεται είναι το αβέβαιο, θα πρέπει στη γραφή ενός πειραματικού αποτελέσματος να διατηρούμε τα μηδενικά που βρίσκονται στο τέλος του αριθμού.

Τα μηδενικά στην αρχή ενός πειραματικού αποτελέσματος

- Έστω ότι μετράμε το μήκος ενός αντικειμένου και το βρίσκουμε 43mm. Μετατρέποντας το αποτέλεσμα σε μέτρα, το αποτέλεσμα της μέτρησης είναι 0,043m. Γράφοντας έτσι το αποτέλεσμα δεν σημαίνει προφανώς ότι άλλαξε και η ακρίβεια της μέτρησης.
- Άρα τα μηδενικά που βρίσκονται στην αρχή ενός πειραματικού αποτελέσματος δεν σχετίζονται με την ακρίβεια μίας μέτρησης.

Σημαντικά ψηφία

Σημαντικά ψηφία ονομάζουμε τα ψηφία που δείχνει ένα όργανο καθώς και το κατ' εκτίμηση αβέβαιο ψηφίο. Για τον υπολογισμό των σημαντικών ψηφίων δεν υπολογίζονται τα μηδενικά που βρίσκονται μπροστά από τον αριθμό, ενώ αντιθέτως υπολογίζονται τα μηδενικά που βρίσκονται στο τέλος του αριθμού.

Εφαρμογή:

- 23,4 3 σημαντικά ψηφία
- 0,03 1 σημαντικό ψηφίο
- 2,300 4 σημαντικά ψηφία

Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε δύο αριθμούς με διαφορετικό αριθμό σημαντικών ψηφίων, το αποτέλεσμα το δίνουμε με τόσα σημαντικά ψηφία όσα έχει ο αριθμός με τα λιγότερα.

Τα σφάλματα

- Μία μέτρηση θα πρέπει να συνοδεύεται κανονικά και από το σφάλμα της μέτρησης αφού αυτό εκφράζει τα όρια της αβεβαιότητας της μέτρησης.
- Το σφάλμα θα πρέπει να έχει μόνο ένα σημαντικό ψηφίο και να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τη μέτρηση.
- Πχ αν μετρήσουμε ένα σώμα με μία ψηφιακή ζυγαριά με ακρίβεια 0,01g και διαβάσουμε 234,23g το αποτέλεσμα θα πρέπει να γραφτεί ως $234,23 \pm 0,01\text{g}$

Διάδοση των σφαλμάτων

- Όταν προσθέτουμε ή αφαιρούμε δύο μεγέθη τα σφάλματα υπερεκτιμώντας τα, προστίθενται.
- Όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε δύο μεγέθη ο υπολογισμός του σφάλματος είναι πολύπλοκος. Μία υπερεκτίμηση του σφάλματος είναι να την γράψουμε ως το μέσο όρο της διασποράς των μετρήσεων.
 $(A_{\max} - A_{\min})/2$

Ξαναγράφουμε σωστά τα αποτελέσματα του πειράματος της πυκνότητας

A/A	Μάζα σε g	Όγκος σε mL	Πυκνότητα σε g/mL
1	21,3	10	2,1
2	29,1	14	2,1
3	38,4	18	2,1
4	57,9	28	2,1

Η σωστή αναγραφή του αποτελέσματος

- Για το προηγούμενο πείραμα η αβεβαιότητα αναφέρεται στο τελευταίο ψηφίο. Άρα την πυκνότητα της πλαστελίνης θα πρέπει να την γράψουμε ως:

$$d=2,1\pm0,1 \text{ g/mL}$$

Για μία ποιο σωστή ανάλυση

A/A	Μάζα σε g	Όγκος σε mL	Πυκνότητα σε g/mL
1	21,3	10,5	2,03
2	29,1	14,5	2,00
3	38,4	18,5	2,10
4	57,9	28,5	2,03

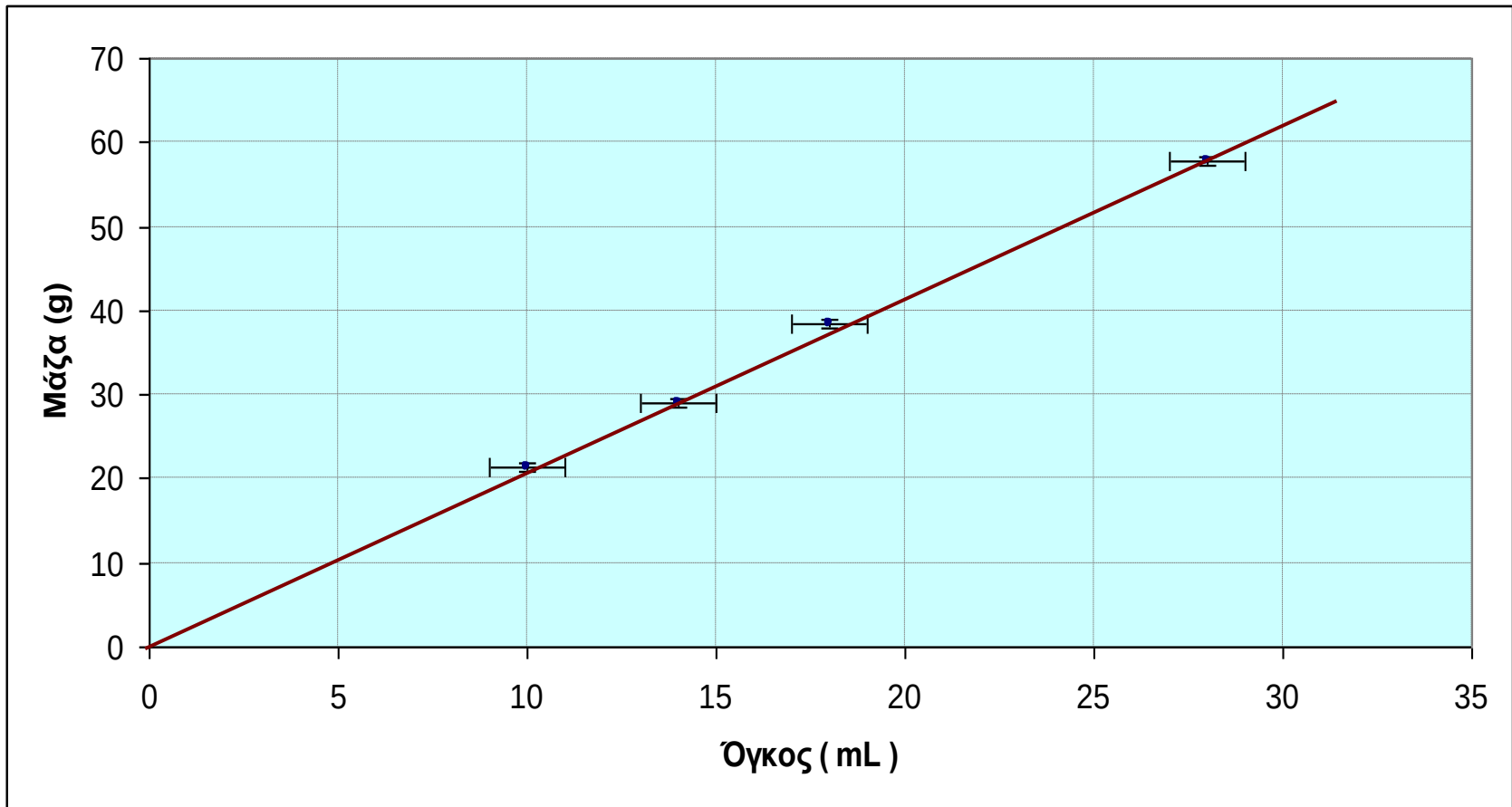
Μέσος όρος πυκνότητας 2,04g/mL

Σφάλμα $(d_{\max}-d_{\min})/2=0,05\text{g/mL}$

ΑΡΑ $d = 2,04 \pm 0,05 \text{ g/mL}$

Σφάλμα 2,4% πολύ καλό για
επίπεδο Β/θμιας

Η γραφική παράσταση $m=f(V)$



Πως μπορούμε ν' αυξήσουμε την ακρίβεια μίας μέτρησης;

- Μπορούμε άραγε να μετρήσουμε την πυκνότητα της πλαστελίνης με μεγαλύτερη ακρίβεια με τα ίδια ακριβώς όργανα; Η απάντηση είναι **ναι**. Αρκεί να μετρήσουμε μεγαλύτερες ποσότητες. Αν πχ πάρουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης 351,32 g και μετρήσουμε τον όγκο και τον βρούμε 166ml παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα θα πρέπει να το δώσουμε με 3 ψηφία αυτή τη φορά, αφού τόσα είναι τα λιγότερα σημαντικά ψηφία του όγκου. Άρα η πυκνότητα θα είναι 2,12 g/mL. Το συμπέρασμα είναι ότι η ακρίβεια της μέτρησης αυξάνεται (οπότε ελαττώνεται η αβεβαιότητα) όσο μεγαλύτερο είναι το μετρούμενο μέγεθος σε σύγκριση με την κλίμακα-ακρίβεια του οργάνου.
- Έτσι για τη μέτρηση της πυκνότητας, είναι λάθος μεθοδολογία να χρησιμοποιήσουμε σφαιρικά κομμάτια πλαστελίνης όπως προτείνεται σε πολλούς εργαστηριακούς οδηγούς, αφού τότε ο όγκος της πλαστελίνης είναι συγκρίσιμος με την κλίμακα μέτρησης του ογκομετρικού κυλίνδρου. Για μεγαλύτερη ακρίβεια του πειράματος θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κυλινδρικά κομμάτια πλαστελίνης όσο δυνατό μεγαλύτερου όγκου.

Για το τέλος

- Οι φυσικές επιστήμες στηρίζονται στο πείραμα. Τ' αποτελέσματα ενός πειράματος πρέπει πάντα να συνοδεύονται και από το σχετικό σφάλμα το οποίο δίνει πολίτιμες πληροφορίες σχετικές με την ακρίβεια του πειράματος και την επιτυχία ή αποτυχία του αντίστοιχου μαθηματικού μοντέλου. Η μεγαλύτερη επιστημονική ανακρίβεια:

Αν δεν είχαμε ακολουθήσει αυτά τα μέτρα θα είχαμε από τον Covid19 13.685 νεκρούς.

Μία τέτοια δήλωση δείχνει ότι η αβεβαιότητα είναι της τάξεως της μονάδας, άρα θα πρέπει να μπορεί να προβλέψει **με ακρίβεια μονάδας!!** πόσους νεκρούς θα έχουμε στο επόμενο διάστημα ακολουθώντας τα μέτρα που έχουμε υιοθετήσει.